

# 総合型選抜(適性検査型) サンプル問題

---

数 学

(試験問題：70 分)

I 次の各問に答えよ.

(1) 不等式

$$\log_2(7-x) < 1 + \log_2(x-1)$$

の解は  $\boxed{\text{ア}} < x < \boxed{\text{イ}}$  である.

(2) 三角形 ABC が  $AB = 4$ ,  $BC = \sqrt{10}$ ,  $CA = \sqrt{6}$  を満たすとき,  $\angle BAC = \theta$  とおくと

$$\cos \theta = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

である. このとき

$$\cos 2\theta = -\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}, \quad \sin\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{\boxed{\text{キ}}} - \sqrt{\boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

である.

(3)  $n$  を自然数とする. 条件

$$a_1 = -2, \quad a_{n+1} = 2a_n + 5 \quad (n = 1, 2, \dots)$$

で定められる数列  $\{a_n\}$  において

$$a_n = \boxed{\text{コ}} \cdot \boxed{\text{サ}}^{n-1} - \boxed{\text{シ}}$$

$$\sum_{k=1}^7 a_k = \boxed{\text{スセソ}}$$

である.

(4) 方程式  $x^2 - 2x + 4 = 0$  の解は

$$x = \boxed{\text{タ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{チ}}} i$$

である. ただし,  $i$  は虚数単位である. 3 次式

$$f(x) = x^3 + x^2 + 6x + 9$$

を  $x^2 - 2x + 4$  で割ると

$$\text{商は } x + \boxed{\text{ツ}}, \quad \text{余りは } \boxed{\text{テ}}x - \boxed{\text{ト}}$$

であり,  $\alpha = \boxed{\text{タ}} + \sqrt{\boxed{\text{チ}}} i$  とおくと

$$f(\alpha) = \boxed{\text{ナ}} + \boxed{\text{ニ}}\sqrt{\boxed{\text{ヌ}}} i$$

である.

## II 1 個のサイコロを繰り返し投げて

4 以下の目が 3 回出たとき、あるいは合計 5 回投げたときに投げるのをやめる。やめるまでにサイコロを投げた回数を  $N$  とする。

(1)  $N$  のとりうる値の範囲は  $\boxed{\text{ア}} \leq N \leq \boxed{\text{イ}}$  である。

(2) 1 回目と 2 回目に 4 以下の目が出て  $N = 4$  となる確率は  $\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エオ}}}$  である。

(3)  $N = 3$  となる確率は  $\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キク}}}$  であり、 $N = 4$  となる確率は  $\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$  である。

また、 $N$  の期待値は  $\frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セ}}}$  である。

(4)  $N = 5$  であるときに、4 以下の目がちょうど 3 回出ていた条件付き確率は  $\frac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チツ}}}$  である。

### III 原点を O とする座標平面において、放物線

$$C : y = x^2 - 8x + 16$$

の頂点を A,  $y$  軸との交点を B とする.

- (1) A(  $\boxed{\text{ア}}$ ,  $\boxed{\text{イ}}$  ) である. また, 三角形 OAB の外接円の方程式は

$$x^2 + y^2 - \boxed{\text{ウ}}x - \boxed{\text{エオ}}y = 0$$

である.

- (2)  $C$  と  $x$  軸,  $y$  軸で囲まれた図形の面積は  $\frac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}}$  である.

- (3)  $0 < t < \boxed{\text{ア}}$  として,  $C$  上に点  $P(t, t^2 - 8t + 16)$  をとる. このとき,  $P$  における  $C$  の接線を  $\ell$  とすると,  $\ell$  の方程式は

$$y = \left( \boxed{\text{ケ}}t - \boxed{\text{コ}} \right)x - t^2 + \boxed{\text{サシ}}$$

である.  $\ell$  と  $x$  軸の交点を Q,  $\ell$  と  $y$  軸の交点を R とすると

$$Q\left(\boxed{\text{ス}} + \frac{t}{\boxed{\text{セ}}}, 0\right), \quad R\left(0, \boxed{\text{ソタ}} - t^2\right)$$

である.

- (4) (3) において

$C$  の  $0 \leq x \leq \boxed{\text{ア}}$  の部分, 線分 QR, および  $x$  軸,  $y$  軸

で囲まれる 2 つの図形の面積の和を  $S(t)$  とすると

$$S(t) = \frac{1}{\boxed{\text{チ}}}t^3 + t^2 - \boxed{\text{ツ}}t + \frac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$$

である,  $S(t)$  は,  $t = \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$  のとき最小値  $\frac{\boxed{\text{ネノ}}}{\boxed{\text{ハヒ}}}$  をとる.

| 数 学 |     |      |   |    |   |
|-----|-----|------|---|----|---|
| 問題  |     | 解答番号 |   | 正解 |   |
| 1   | (1) | 1    | - | ア  | 3 |
|     |     | 1    | - | イ  | 7 |
|     | (2) | 1    | - | ウ  | 6 |
|     |     | 1    | - | エ  | 4 |
|     |     | 1    | - | オ  | 1 |
|     |     | 1    | - | カ  | 4 |
|     |     | 1    | - | キ  | 5 |
|     |     | 1    | - | ク  | 3 |
|     |     | 1    | - | ケ  | 4 |
|     | (3) | 1    | - | コ  | 3 |
|     |     | 1    | - | サ  | 2 |
|     |     | 1    | - | シ  | 5 |
|     |     | 1    | - | ス  | 3 |
|     |     | 1    | - | セ  | 4 |
|     |     | 1    | - | ソ  | 6 |
|     | (4) | 1    | - | タ  | 1 |
|     |     | 1    | - | チ  | 3 |
|     |     | 1    | - | ツ  | 3 |
|     |     | 1    | - | テ  | 8 |
|     |     | 1    | - | ト  | 3 |
|     |     | 1    | - | ナ  | 5 |
|     |     | 1    | - | ニ  | 8 |
| 2   | (1) | 2    | - | ア  | 3 |
|     |     | 2    | - | イ  | 5 |
|     | (2) | 2    | - | ウ  | 8 |
|     |     | 2    | - | エ  | 8 |
|     |     | 2    | - | オ  | 1 |
|     | (3) | 2    | - | カ  | 8 |
|     |     | 2    | - | キ  | 2 |
|     |     | 2    | - | ク  | 7 |
|     |     | 2    | - | ケ  | 8 |
|     |     | 2    | - | コ  | 2 |
|     |     | 2    | - | サ  | 7 |
|     |     | 2    | - | シ  | 3 |
|     |     | 2    | - | ス  | 7 |
|     |     | 2    | - | セ  | 9 |
|     | (4) | 2    | - | ソ  | 1 |
|     |     | 2    | - | タ  | 6 |
|     |     | 2    | - | チ  | 3 |
|     |     | 2    | - | ツ  | 3 |
| 3   | (1) | 3    | - | ア  | 4 |
|     |     | 3    | - | イ  | 0 |
|     |     | 3    | - | ウ  | 4 |
|     |     | 3    | - | エ  | 1 |
|     |     | 3    | - | オ  | 6 |
|     | (2) | 3    | - | カ  | 6 |
|     |     | 3    | - | キ  | 4 |
|     |     | 3    | - | ク  | 3 |
|     | (3) | 3    | - | ケ  | 2 |
|     |     | 3    | - | コ  | 8 |
|     |     | 3    | - | サ  | 1 |
|     |     | 3    | - | シ  | 6 |
|     |     | 3    | - | ス  | 2 |
|     |     | 3    | - | セ  | 2 |
|     |     | 3    | - | ソ  | 1 |
|     | (4) | 3    | - | タ  | 6 |
|     |     | 3    | - | チ  | 4 |
|     |     | 3    | - | ツ  | 4 |
|     |     | 3    | - | テ  | 1 |
|     |     | 3    | - | ト  | 6 |
| 3   |     | -    | ナ | 3  |   |
| 3   |     | -    | ニ | 4  |   |
| 3   |     | -    | ヌ | 3  |   |
| 3   |     | -    | ネ | 6  |   |
| 3   | -   | ノ    | 4 |    |   |
| 3   | -   | ハ    | 2 |    |   |
| 3   | -   | ヒ    | 7 |    |   |